

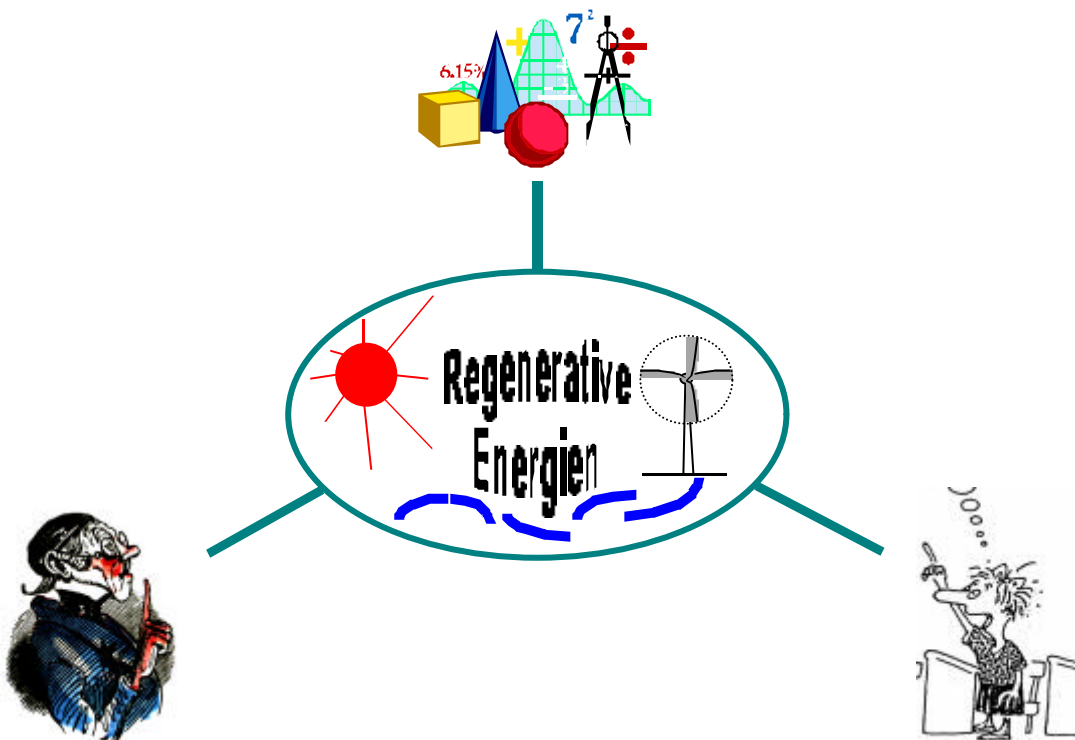
## Möglichkeiten zur Integration des Themas Regenerative Energien in einen fachübergreifenden Mathematikunterricht

StR' Astrid Brinkmann\*, Dr. Klaus Brinkmann\*\*

Leckinger Str. 149, 58640 Iserlohn  
Tel: 02371 / 460375, Fax: 02371 / 944478  
E-Mail: astrid.brinkmann@fernuni-hagen.de

### Einleitung

Einer der mit Sicherheit effektivsten Hebel zur nachhaltigen Umgestaltung unseres derzeitigen Energieversorgungssystems hin zu rein regenerativen Energiewandlungen, ist die Erziehung unserer Kinder. Gerade die jetzige junge Generation ist es doch, die in ganz besonderem Maße den Auswirkungen der zur Neige gehenden Ressourcen ausgesetzt wird, wenn man die derzeitigen Prognosen und Warnungen vor den möglichen Klimaveränderungen ernst nimmt. Auf ein Experiment der Ignoranz mit ungewissem Ausgang sollten wir uns jedenfalls im Interesse unserer eigenen Kinder in dieser Hinsicht besser nicht einlassen.



Der Umgang mit regenerativen Energien sollte zu einer Selbstverständlichkeit und Alltäglichkeit werden, denn der dezentrale Charakter einer regenerativen Energieversorgung erfordert sicherlich einen größeren persönlichen Einsatz jedes einzelnen, als es bei der augenblicklichen Versorgungstechnik der Fall ist.

Ein vom Prinzip her, im Vergleich zur Familie, leichter steuerbarer Erziehungsbeitrag zu diesem Thema kann auf wirkungsvolle Weise insbesondere von den Schulen geleistet werden. Dies kann sogar auf eine Weise geschehen, die den Unterricht in den klassischen Fächern für die Schüler greifbarer, lebensnah und somit attraktiver gestaltet.

## Fachübergreifender Unterricht

Der *erziehungspolitisch definierte und geforderte fachübergreifende Unterricht* bietet sich geradezu an, das Thema regenerative Energien einzubinden. In dem Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 17.10.1980 heißt es: "Es gehört ... zu den Aufgaben der Schule, bei jungen Menschen Bewußtsein für Umweltfragen zu erzeugen, die Bereitschaft für den verantwortlichen Umgang mit der Umwelt zu fördern und zu einem umweltbewussten Verhalten zu erziehen, das über die Schulzeit hinaus wirksam bleibt. ... Umwelterziehung [ist] ein fächerübergreifendes Unterrichtsprinzip, das in gleicher Weise den naturwissenschaftlichen wie den gesellschaftswissenschaftlichen Unterrichtsbereich durchdringt." Da technikorientierte Fächer nicht allen Schülern in vergleichbarem Maße geboten werden, oder auch nicht von ihnen belegt werden, eignet sich hierfür insbesondere das **Grundlagenfach Mathematik**.

Heutige *Rahmenrichtlinien für das Unterrichtsfach Mathematik* fordern "Anwendungsorientierung", dies nicht nur in Deutschland /1/. Es besteht jedoch eine deutliche Diskrepanz zwischen der von Mathematikdidaktikern und Kultusbehörden geforderten Anwendungsorientierung und der Alltagspraxis des Mathematikunterrichts /2/.

So wird als Reaktion auf das vergleichsweise schlechte Abschneiden deutscher Schüler bei der **TIMS-Studie** in den gemeinsamen Erklärungen der Fachverbände DMV (Hrsg.: Törner), GDM (Hrsg.: Blum) und MNU (Hrsg.: Wulftange) vom 19.02.97 bzw. 21.05.98 bemängelt, dass das selbständige, aktive Problemlösen, das inhaltliche, nicht-standardisierte Argumentieren sowie das Herstellen von Verbindungen mathematischer Begriffe mit Situationen aus Alltag und Umwelt im Mathematikunterricht zu kurz kommen.

Ein Grundproblem und gleichzeitig eine wesentliche didaktische Aufgabe ist darin zu sehen, geeignete Anwendungsbeispiele zu finden und aufzubereiten /3/. Je realistischer und relevanter eine Anwendungsaufgabe ist, desto mehr sind Schüler bereit sich im Unterricht zu engagieren.

*Ziel dieses Beitrags* ist es, **konkrete Anwendungsbeispiele** aus dem Themenkomplex regenerative Energien auszuarbeiten und bestimmten Themenbereichen der offiziellen Lehrpläne für Mathematik zuzuordnen. Diese können dann aufgrund der o.a. bestehenden rechtlichen Rahmenbedingungen von interessierten Lehrern aufgegriffen und heute schon unmittelbar umgesetzt werden.

Die Aufgaben sind so konzipiert, dass keine besonderen Spezialkenntnisse der Lehrer aus dem Gebiet der regenerativen Energien oder allgemein der Physik erforderlich sind. Somit können sie von allen Lehrern problemlos und ohne längere Einarbeitung in die Thematik im Unterricht eingesetzt werden.

### Aufgabenbeispiel 1

Diese Aufgabe macht die Schüler mit der Effizienz der Energieerzeugung verschiedener Kraftwerke vertraut. Sie kann in einer Unterrichtsreihe zur Prozentrechnung untergebracht werden, entweder im 7. Schuljahr, wenn die Prozentrechnung erstmalig gelehrt wird, oder später im Rahmen von Wiederholungseinheiten.

**Aufgabe 1:**

In den nachfolgenden Abbildungen ist die Energieversorgung von Gebäuden durch verschiedene Kraftwerke veranschaulicht. Diese liefern entweder nur Strom oder als sogenannte Kraft-Wärme-Kopplung sowohl Strom als auch Wärme, wobei das Kraftwerk in Abb.3 im Gegensatz zu den beiden anderen möglichst nahe beim Verbraucher steht.

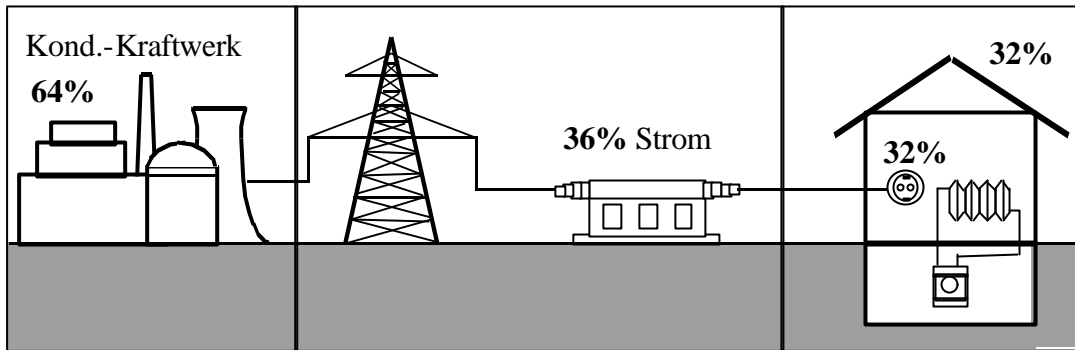


Abb. 1: Stromversorgung mit Kondensationskraftwerk (% - Primärenergie)

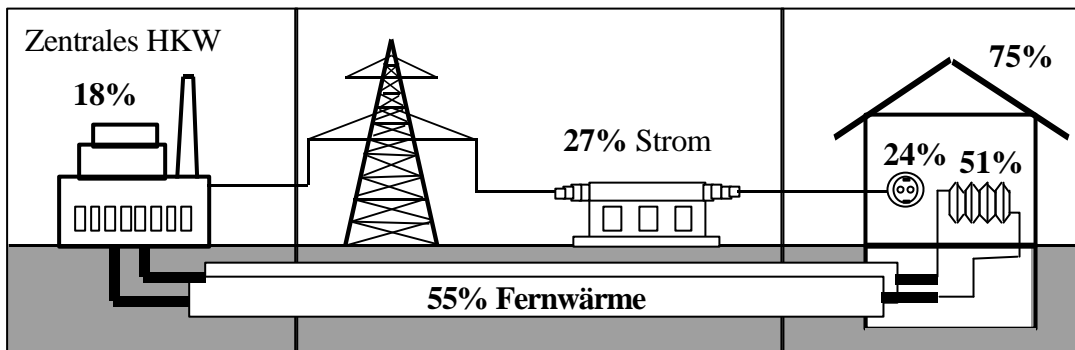


Abb. 2: Zentrales Heizkraftwerk (HKW) mit Fernwärme (% - Primärenergie)

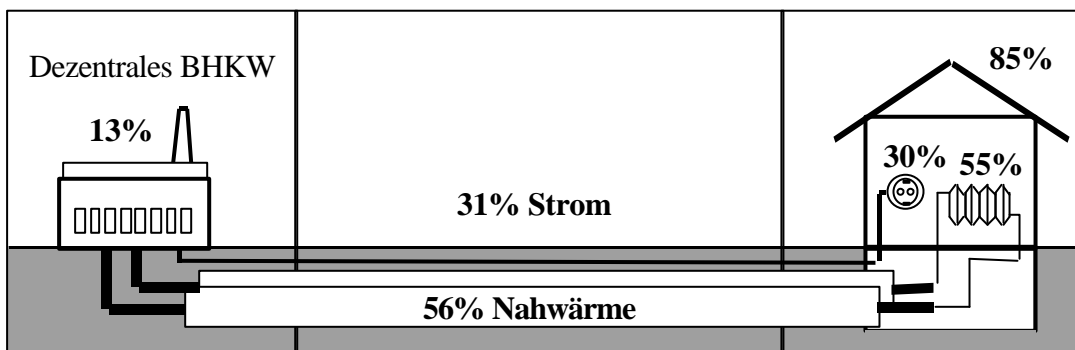


Abb. 3: Dezentrales Blockheizkraftwerk (BHKW) (% - Primärenergie)

Die Prozent-Angaben beziehen sich jeweils auf 100% eingesetzte Primärenergie. Dies ist die Energie, die von den verwendeten Brennstoffen bei der Verbrennung im Kraftwerk freigesetzt wird. Physikalisch bedingt kann nicht die gesamte Energie in Strom umgewandelt werden. Der Anteil, der verfahrensbedingt im Kraftwerk ungenutzt an die Umwelt abgegeben wird, ist jeweils im linken Kasten angegeben. Unterwegs zum Verbraucher ergeben sich sowohl für Strom als auch für Wärme Transportverluste. Den Verbraucher erreichen die im jeweils rechten Kasten angegebenen Anteile.

- a) Vergleiche die Zahlenwerte zu den drei Kraftwerkstypen und kommentiere diese!

Info:

- Mit Dampfkraftprozessen angetriebene Kondensationskraftwerke sind in Deutschland am häufigsten vertreten.
- Die fossilen Rohstoffe wie Kohle, Erdöl, Erdgas sind nur in begrenzten Mengen vorhanden.
- Biomasse kann nur in dem Maße verbrannt werden, wie neue nachwächst.
- Bei der Verbrennung entsteht Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ), welches der Umwelt schadet.

- b) Wie viel Prozent der erzeugten Energie (Strom bzw. Wärme) gehen auf ihrem Weg zum Verbraucher verloren? Vergleiche die Ergebnisse für die verschiedenen Kraftwerkstypen.
- c) Wie groß sind die Anteile der elektrischen Energie bzw. der Wärme an der Gesamtenergie, die durch ein zentrales HKW (ein dezentrales BHKW) bereitgestellt werden?
- d) Wie viel elektrische Energie sind einer Wohnsiedlung zur Verfügung gestellt worden, wenn 4,5 Mio kWh Primärenergie eingesetzt wurden? Führe die Berechnung für alle drei Kraftwerkstypen durch und vergleiche die Ergebnisse.  
Welche Gesamtenergie steht der Wohnsiedlung bei jeder der drei Versorgungsmöglichkeiten zur Verfügung? Vergleiche die Ergebnisse.

Info:

Energiemengen können in Kilowattstunden [kWh] angegeben werden. Eine durchschnittliche vierköpfige Familie verbraucht derzeit pro Jahr ungefähr 4000 kWh Strom.

- e) Eine Wohnsiedlung wird von einem zentralen HKW versorgt. In einem Wintermonat werden z.B. 500.000 kWh Strom und 1,5 Mio kWh Wärme benötigt. Wie viel Primärenergie muss in diesem Wintermonat eingesetzt werden, um die Wärmemenge liefern zu können? Wie viel überschüssiger Strom muss dabei zusätzlich in das öffentliche Stromnetz eingespeist werden?

Info:

Bei einer Kraft-Wärme-Kopplung ist sicherzustellen, dass die erzeugte Wärme auch verbraucht werden kann. Zu wenig gelieferte Wärme muss dann im Bedarfsfalle durch übliche Heizkessel beim Verbraucher direkt erzeugt werden. Der Stromverbrauch kann über das öffentliche Versorgungsnetz ausgeglichen werden.

## Aufgabenbeispiel 2

In dieser Aufgabe werden trigonometrische Berechnungen am Beispiel von Winkeln der direkten Sonneneinstrahlung zu Solarmodulen vorgenommen. Ein Einsatz kann in der Mittelstufe in einer Unterrichtsreihe zu Winkelfunktionen erfolgen.

### Aufgabe 2:

#### Info:

Sonnenenergie kann mittels Solarmodulen in elektrische Energie umgewandelt werden. Diesen Prozess nennt man *Photovoltaik*.

Die Sonnenstrahlung, die auf der Erdoberfläche ankommt, setzt sich aus einem direkten und einem diffusen Anteil zusammen. Die direkte Sonnenstrahlung kommt nur aus der Sonnenrichtung; das Licht der diffusen Strahlung besitzt keine definierte Richtung.

Die Effektivität der Stromerzeugung durch Photovoltaik ist u.a. vom Einfallswinkel der direkten Sonnenstrahlung auf ein Solarmodul abhängig.

Bei senkrechter Einstrahlung der Sonne ( $j = 90^\circ$ ) betrage die augenblickliche Leistung der direkten Sonnenstrahlung  $E_S = 200 \text{ W je m}^2$ . Für jeden anderen Einstrahlungswinkel ist nur der zur Ebene senkrechte Anteil  $E$  von  $E_S$  nutzbar (siehe untenstehende Skizze in Abb. 2).

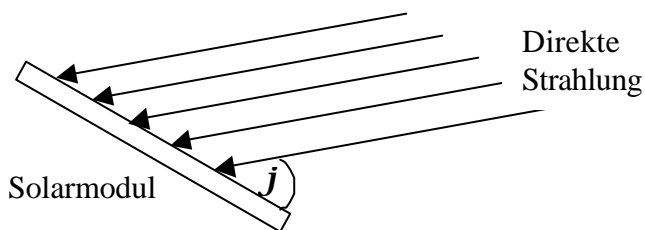
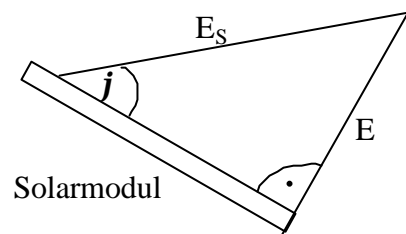


Abb. 1: Einstrahlungswinkel  $j$



Länge der Hypotenuse = Betrag von  $E_S$

Länge der Kathete, die dem Winkel  $j$  gegenüberliegt = Betrag von  $E$

Für  $j = 90^\circ$  ist  $E = E_S$ .

Abb. 2: Senkrechter Anteil  $E$  von  $E_S$

- Ermittle  $E$  für folgende Winkel:  $j_1 = 5^\circ$ ,  $j_2 = 30^\circ$ ,  $j_3 = 60^\circ$ ,  $j_4 = 85^\circ$ .
- Gib einen allgemeinen Rechenausdruck zur Bestimmung von  $E$  in Abhängigkeit von  $j$  an.
- Für welchen Einfallswinkel  $j$  der Sonnenstrahlung auf ein Solarmodul ist  $E$  am größten?  
In welche Himmelsrichtung sollten auf der nördlichen Erdhalbkugel die Flächen von Solarmodulen vorzugsweise zeigen?

Solarmodule werden üblicherweise fest montiert, somit variiert der Einstrahlungswinkel der direkten Sonnenstrahlung tages- und jahreszeitenabhängig. Abbildung 5 zeigt für einige ausgewählte Tage im Jahr die Sonnenhöhe an, gemessen am Standort Hagen, einer Stadt in Westfalen. Die Sonnenhöhe ist dabei durch den Winkel  $b$  ( $y$ -Achse), den die direkt einfallenden Sonnenstrahlen mit der Erdoberfläche bilden, gegeben (Abb. 3), und in Abhängigkeit von der Himmelsrichtung, in der sich die Sonne befindet, abgetragen. Jede

Himmelsrichtung ist durch ihren Winkel  $a$  (x-Achse) zur Nordrichtung gekennzeichnet (Abb.4). Die Teilaufgaben d) bis f) beziehen sich auf die Werte aus Abbildung 5.

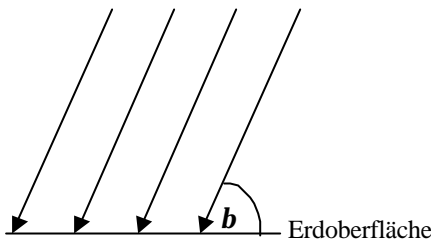


Abb. 3: Sonnenhöhe  $b$

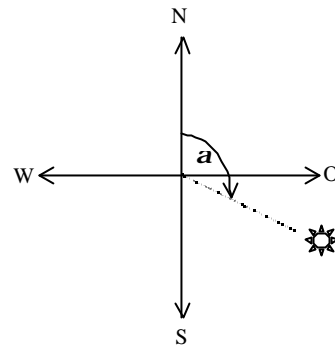


Abb. 4: Himmelsrichtung  $a$  der Sonnenposition

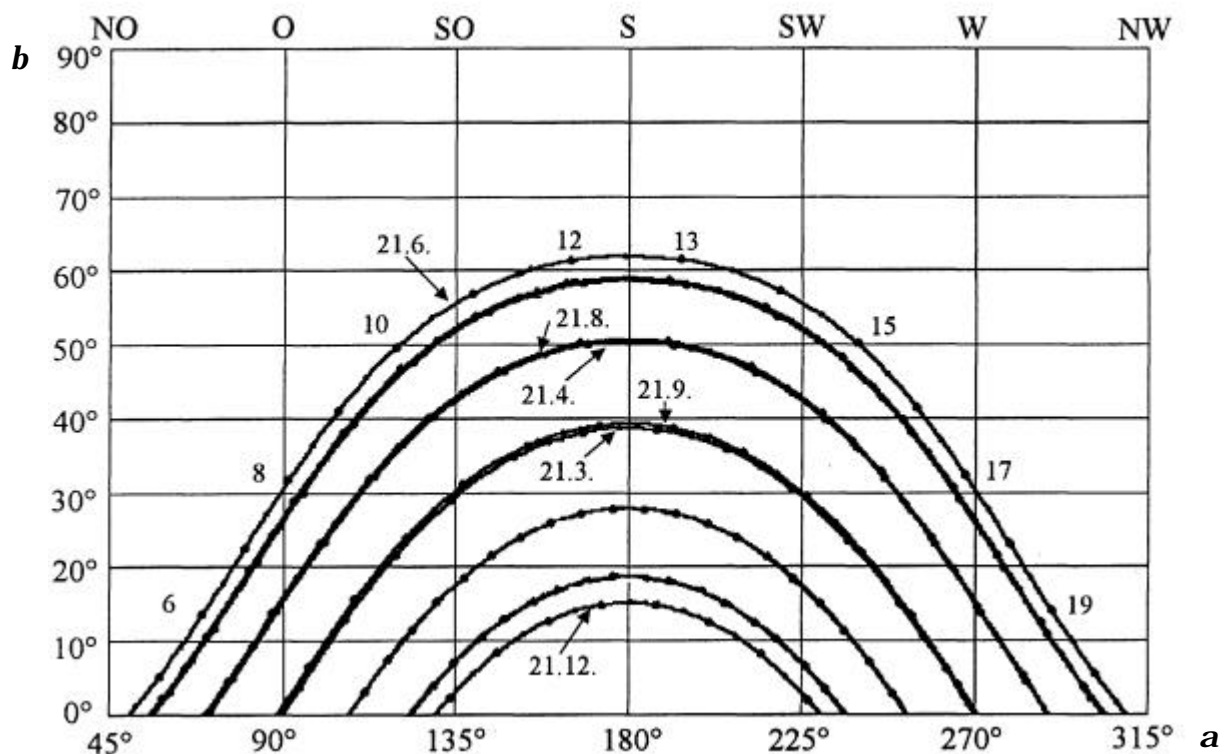


Abb. 5: Sonnenstandsdiagramm Hagen 51,5° Nord, 7,5° Ost

- d) Ein Solarmodul wird flach auf den Boden gelegt (Abb. 6). Bestimme für einen Wintertag (21.12.), einen Frühlingstag (21.03.), einen Sommertag (21.06.) und einen Herbsttag (21.09.) jeweils den nutzbaren Leistungsanteil  $E / E_S$  der direkten Sonnenstrahlung für  $a_1 = 90^\circ$ ,  $a_2 = 135^\circ$ ,  $a_3 = 180^\circ$ . Lies hierfür die zugehörigen Werte von  $b$  aus dem Diagramm in Abbildung 5 ab. Kommentiere die Ergebnisse!

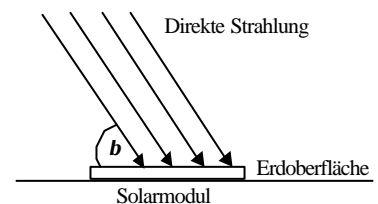


Abb. 6

- e) Ein Solarmodul ist auf dem Dach eines Wohnhauses in Hagen mit dem Neigungswinkel  $d = 30^\circ$  zur Erdoberfläche montiert; seine Fläche zeigt nach Süden (Abb. 7).

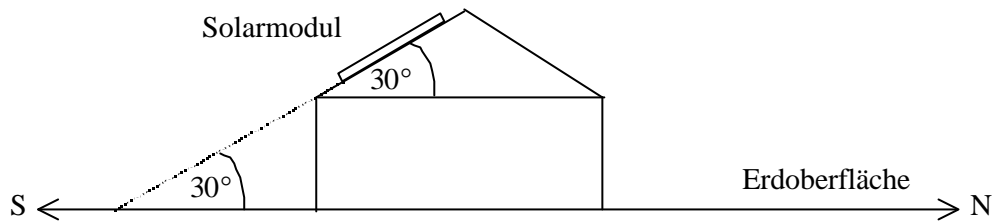


Abb. 7

Bestimme für den 21.12., den 21.03., den 21.06. und den 21.09. jeweils den nutzbaren Leistungsanteil  $E / E_s$  der direkten Sonnenstrahlung für  $a_3 = 180^\circ$ .

Gib zunächst einen allgemeinen Rechenausdruck zur Bestimmung von  $E / E_s$  in Abhängigkeit der Winkel  $b$  und  $d$  an (Abb. 8).

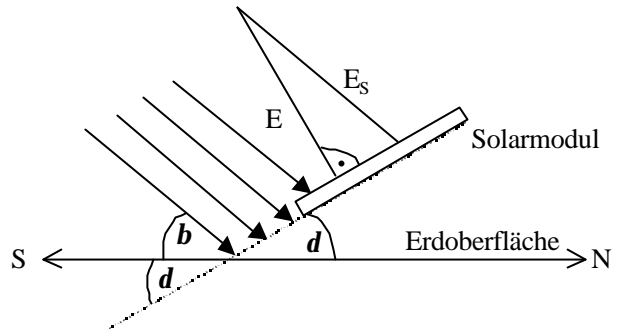


Abb. 8

- f) Vergleiche für  $a_3 = 180^\circ$  die Ergebnisse aus e) mit denen aus d). Erläutere deine Feststellung auch anhand des Rechenausdrucks für  $E / E_s$ , der unter e) anzugeben war. Wie würdest du ein Solarmodul montieren? Begründe!

### Aufgabenbeispiel 3

Dieser Aufgabe liegt die Strom-Spannungs-Kennlinie eines Solarmoduls zugrunde, gefragt wird nach der maximalen Leistung und der Güte des Solarmoduls (Extremwertproblem). Die Aufgabe eignet sich für den Analysisunterricht der Oberstufe.

#### Aufgabe 3:

Abbildung 1 zeigt die Strom-Spannungs-Kennlinie eines Solarmoduls, die durch eine Messung ermittelt wurde. Die Stromstärke  $I$  (in Ampere [A]) ist dabei als Funktion der Spannung  $U$  (in Volt [V]) abgetragen.

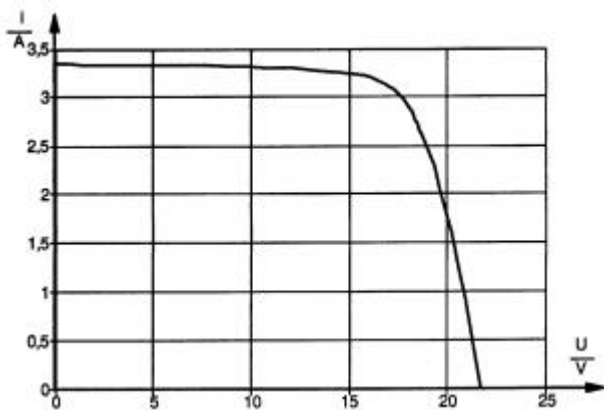


Abb. 1

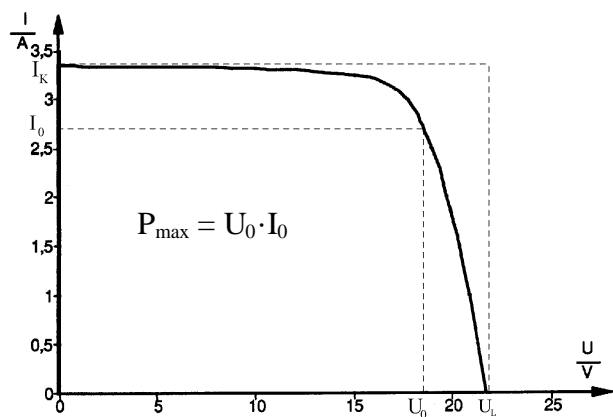


Abb. 2

- a) Ermittle die maximal abgebbare Leistung  $P_{max}$  des Solarmoduls.

Info:

Unter Leistung versteht man die Energiemenge, die in einer Zeiteinheit abgegeben wird. Die Leistung  $P$  lässt sich berechnen durch  $P = U \cdot I$  und wird in Watt [W] angegeben ( $1W = 1V \cdot 1A$ ).

Gefragt ist also nach der Spannung  $U_0$ , die abgegriffen werden muss, damit die Leistung des Solarmoduls maximal wird (Abb. 2).

Hinweis: Stelle zunächst eine Funktionsgleichung für  $I$  in Abhängigkeit von  $U$  auf. Du kannst  $I$  stückweise definieren, indem du  $I$  für  $0V \leq U \leq 12V$  und für  $20V \leq U \leq 22V$  durch Geradenstücke (lineare Funktionen) approximierst und für  $12V \leq U \leq 20V$  durch eine Parabel. Entnimm der Kennlinie die Koordinaten einiger Kurvenpunkte, um damit die Funktionsterme für  $I$  zu ermitteln.

b) **Info:**

Ein Maß für die Güte eines Solarmoduls ist der Füllfaktor  $FF$ , definiert durch:

$$FF = \frac{P_{\max}}{U_L \cdot I_K}$$

$U_L$  und  $I_K$  sind dabei durch die Schnittpunkte der Strom-Spannungs-Kennlinie des Solarmoduls mit den Koordinatenachsen gegeben (Abb. 2).

Je näher  $FF$  bei dem Wert 1 liegt, desto besser ist das Solarmodul.

Bestimme  $FF$  des Solarmoduls.

Wie müsste der Verlauf der Kennlinie bei einem sehr guten  $FF$ -Wert aussehen?

## Referenzen

- /1/ Führer, L. 1997. Pädagogik des Mathematikunterrichts. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, S.110.
- /2/ Tietze, U.; Klika, M.; Wolpers, H. 1997. Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Band 1. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, S. 141.
- /3/ Blum, W.; Törner, G. 1983. Didaktik der Analysis. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, S. 251.

## Anmerkung

Wir sind dankbar für Ihre Anregungen und für aufgabenfähige Materialien, die Sie uns unter einer der folgenden Adressen zukommen lassen können:

<http://www.envipro.de/>

<http://www.math-edu.de/>

\* Universität Duisburg, Fachbereich 11 - Mathematik  
Lotharstr. 65, 47048 Duisburg  
StR' i.H., Lehrerin SI/II für Mathematik und Chemie

\*\* FernUniversität in Hagen  
Lehrgebiet Elektrische Energietechnik  
Feithstraße 140, 58084 Hagen