

## **Aufgaben für einen fachübergreifenden Mathematikunterricht zum Thema Photovoltaische Solarenergie**

StR' i. H. Astrid Brinkmann\*, Dr. Klaus Brinkmann\*\*  
Adresse für Korrespondenz am Ende des Beitrages

\* Universität Duisburg, FB 11 – Mathematik  
astrid.brinkmann@math.uni-duisburg.de

\*\* FernUniversität in Hagen  
Lehrgebiet Elektrische Energietechnik

**Einleitung:** Einer der mit Sicherheit effektivsten Hebel zur nachhaltigen Umgestaltung unseres derzeitigen Energieversorgungssystems hin zu rein regenerativen Energiewandlungen, ist die Erziehung unserer Kinder. Gerade die jetzige junge Generation ist es doch, die in ganz besonderem Maße den Auswirkungen der zur Neige gehenden Ressourcen ausgesetzt wird, wenn man die derzeitigen Prognosen und Warnungen vor den möglichen Klimaveränderungen ernst nimmt. Auf ein Experiment der Ignoranz mit ungewissem Ausgang sollten wir uns jedenfalls im Interesse unserer eigenen Kinder in dieser Hinsicht besser nicht einlassen. Der Umgang mit regenerativen Energien sollte zu einer Selbstverständlichkeit und Alltäglichkeit werden, denn der dezentrale Charakter einer regenerativen Energieversorgung erfordert sicherlich einen größeren persönlichen Einsatz jedes einzelnen, als es bei der augenblicklichen Versorgungstechnik der Fall ist. **Ziel dieses Beitrags** ist es, in konsequenter Fortsetzung unseres Beitrags zum 12. Internationalen Sonnenforum 2000 [1], weitere konkrete Anwendungsaufgaben speziell zum Thema Photovoltaische Solarenergie zu präsentieren und bestimmten Themenbereichen der offiziellen Lehrpläne für Mathematik an allgemeinbildenden Schulen zuzuordnen.

**Didaktische Basis und Rahmenbedingungen:** Ein vom Prinzip her, im Vergleich zur Familie, leichter steuerbarer Erziehungsbeitrag zu diesem Thema kann auf wirkungsvolle Weise insbesondere von den Schulen geleistet werden. Dies kann sogar auf eine Weise geschehen, die den Unterricht in den klassischen Fächern für die Schüler greifbarer, lebensnah und somit attraktiver gestaltet und dabei dem *erziehungspolitisch definierten und geforderten fachübergreifenden Unterricht* Rechnung trägt.

Da technikorientierte Fächer nicht allen Schülern in vergleichbarem Maße geboten werden, oder auch nicht von ihnen belegt werden, bietet sich für die Behandlung des Themas der Erneuerbaren Energien insbesondere das **Grundlagenfach Mathematik** an.

Heutige *Rahmenrichtlinien für das Unterrichtsfach Mathematik* fordern "Anwendungsorientierung", dies nicht nur in Deutschland. Es besteht jedoch eine deutliche Diskrepanz zwischen der von Mathematikdidaktikern und Kultusbehörden geforderten Anwendungsorientierung und der Alltagspraxis des Mathematikunterrichts [2]. So wird als Reaktion auf das vergleichsweise schlechte Abschneiden deutscher Schüler bei der *TIMS-Studie* in den gemeinsamen Erklärungen der Fachverbände DMV (Hrsg.: Törner), GDM (Hrsg.: Blum) und MNU (Hrsg.: Wulftange) vom 19.02.97 bzw. 21.05.98 bemängelt, dass das selbständige, aktive Problemlösen, das inhaltliche, nicht-standardisierte Argumentieren sowie das Herstellen von Verbindungen mathematischer Begriffe mit Situationen aus Alltag und Umwelt im Mathematikunterricht zu kurz kommen. Ein Grundproblem und gleichzeitig eine wesentliche didaktische Aufgabe ist darin zu sehen, geeignete Anwendungsbeispiele zu finden und aufzubereiten [3]. Je realistischer und relevanter eine Anwendungsaufgabe ist, desto mehr sind Schüler bereit, sich im Unterricht zu engagieren.

Die *Photovoltaische Solarenergie* ist somit als Thema für mathematische Anwendungsaufgaben besonders geeignet und die o.a. bestehenden rechtlichen Rahmenbedingungen ermöglichen es, dass solche Aufgaben von interessierten Lehrern aufgegriffen und heute schon unmittelbar umgesetzt werden.

Damit die Aufgaben auch von Mathematiklehrern aufgegriffen werden können, die nicht ein technisch-naturwissenschaftliches Fach als weiteres Unterrichtsfach haben, sind die Aufgaben so konzipiert, dass *keine Spezialkenntnisse der Lehrer zum Themenkomplex der regenerativen Energien oder allgemein der Physik erforderlich* sind. Nötige Informationen für die Bearbeitung einzelner Aufgaben werden daher in entsprechenden „Info“-Kästen in den Aufgaben mitgeliefert und vermittelt.

**Aufgabenbeispiele zur Photovoltaik:** Im folgenden werden drei Aufgabenbeispiele vorgestellt, die sich in die Lerninhalte der i) Unter-, ii) Mittel- und iii) Oberstufe einordnen lassen. Aufgrund der zur Verfügung stehenden Seitenzahl muss sich die Darstellung der Aufgaben hier auf das Notwendigste beschränken. Aus diesem Grund haben wir die Texte unter der Internet-Adresse <http://www.math-edu.de>, Rubrik 'Anwendungen', in voller Ausführlichkeit im PDF-Format zum freien Herunterladen hinterlegt.

i) **Unterstufe: Aufgabe zur Bruchrechnung „Wirkungsgradkette“ (Kurzfassung)**

Betrachte die Wirkungsgradkette in der folgenden Abb. 1:

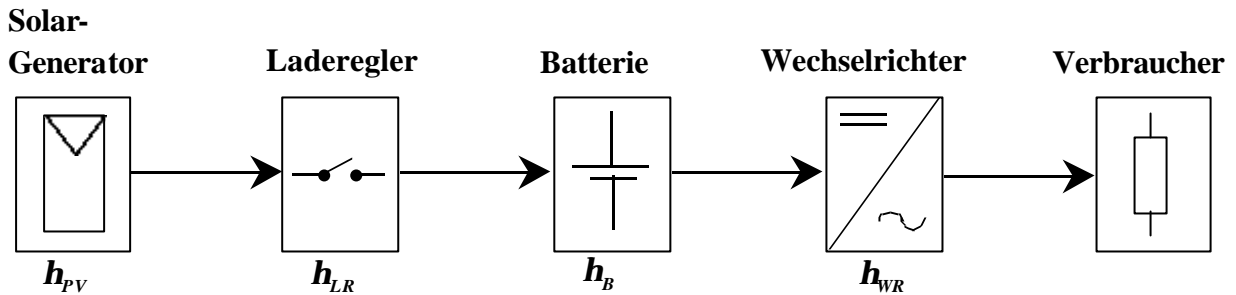


Abb.1 Wirkungsgradkette einer netzunabhängigen Energieversorgung mit Photovoltaik

Für die jeweiligen Wirkungsgrade gilt die Definition:  $h = \frac{\text{Ausgangsleistung}}{\text{Eingangsleistung}}$

Gehe zunächst davon aus, dass der gesamte Strom zuerst in der Batterie gespeichert wird, bevor er den Verbraucher erreicht.

- a) Die momentane Strahlungsleistung der Sonne auf den Solargenerator sei 20 kW. Berechne die Ausgangsleistung hinter jedem Gerät der Kette, wenn gilt:

$$h_{PV} = \frac{3}{25}, h_{LR} = \frac{19}{20}, h_B = \frac{4}{5} \text{ und } h_{WR} = \frac{23}{25}.$$

- b) Wie groß ist der Gesamtwirkungsgrad  $h_{ges} = \frac{\text{Verbraucher\_Leistung}}{\text{Strahlungsleistung\_Sonne}}$  ?

Wie lässt sich  $h_{ges}$  direkt aus den Werten für  $h_{PV}$ ,  $h_{LR}$ ,  $h_B$  und  $h_{WR}$  berechnen? Gib eine allgemeine Formel an.

- c) Gib die Werte der Wirkungsgrade aus Teilaufgabe a) in Dezimalzahlen und Prozent an. Überprüfe damit das Ergebnis für den Gesamtwirkungsgrad!
- d) Für Spitzfindige: Wie verändert sich der Wirkungsgrad an der Batterie, sowie der Gesamtwirkungsgrad, wenn nur 1/3 des vom Laderegler gelieferten Stromes zwischengespeichert wird ( $h_B$ ) und der überwiegende Teil, d.h. 2/3, sofort zum Wechselrichter gelangt? Was schließt du daraus?

ii) **Mittelstufe: Aufgabe zur quadratischen Gleichung (Kurzfassung)**

Betrachte die Wirkungsgradkette in der folgenden Abb. 2:

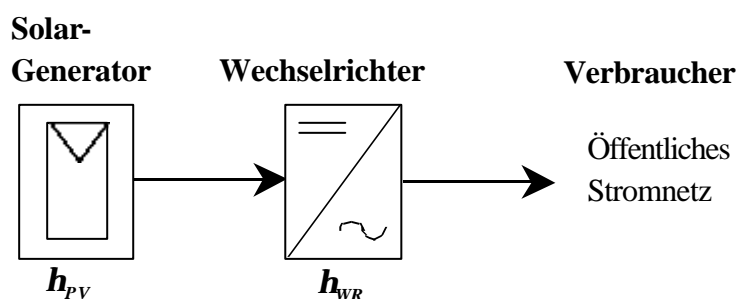


Abb.2 Wirkungsgradkette einer Photovoltaik mit Netzeinspeisung

Ist  $P_{A,N}$  die Ausgangsnennleistung des Wechselrichters, so bezeichnen  $p_e = \frac{P_E}{P_{A,N}}$  und  $p_a = \frac{P_A}{P_{A,N}}$  die darauf bezogene Eingangs- bzw. Ausgangsleistung. Bezieht man die Verlustleistung  $P_V$  des Wechselrichters ebenfalls auf  $P_{A,N}$ , so gilt folgende Näherungsformel:

$$\frac{P_V}{P_{A,N}} = p_v(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{100}, \text{ mit } x \equiv p_a.$$

Gemessen wurde:  $p_v(1) = 0,125$ ,  $p_v(0,5) = 0,0525$ ,  $p_v(0) = 0,02$ .

- Bestimme die Koeffizienten  $a, b, c$ !
- Begründe, dass im Scheitelpunkt die bezogene Verlustleistung minimal ist. Bestimme die Scheitelpunktsform sowie den Scheitelpunkt der Parabel, und gib die minimale bezogene Verlustleistung an!

Für den Wirkungsgrad gilt die Definition:  $h = \frac{\text{Ausgangsleistung}}{\text{Eingangsleistung}} \cdot 100\%$

- Wie lautet die Formel für den Wechselrichterwirkungsgrad in Abhängigkeit von  $x$ ?
- Erstelle eine Wertetabelle für  $x=0$  bis  $x=1$  in 0,05er-Schritten, und zeichne die Funktion  $h_{WR}(x)$ !
- Für welchen Wert von  $x$  wird der Wirkungsgrad maximal? Welcher Zusammenhang besteht hierbei mit der Verlustleistung?

### iii) Oberstufe: Aufgabe zur Differential- und Integralrechnung (Kurzfassung)

Betrachte die Wirkungsgradkette in der Abb. 2. Es gelten die gleichen Bezeichnungen wie unter Aufgabe ii).

Für den Wirkungsgrad des Wechselrichters gilt folgende Näherungsformel:

$$h_{WR} = \frac{x}{p_e} = \frac{P_e - P_V}{P_e}, \text{ mit } p_v = 0,08x^2 + 0,025x + 0,02.$$

Der Wirkungsgrad des Solargenerators sei konstant  $h_{pV} = 13\%$ . Die Nenn-Ausgangsleistung des Wechselrichters betrage  $P_{A,N} = 750$  Watt. Die Fläche des zu diesem Wechselrichter gehörenden Solargenerators sei  $A = 6,5$  m<sup>2</sup>.

Der zeitliche Verlauf der Sonneneinstrahlungs-Leistung  $P_{\text{Sonne}}$  je m<sup>2</sup> auf den Solargenerator, in Abhängigkeit von den Stunden  $h \in [0, 24]$ , sei für einen sonnigen Frühlingstag zum Beispiel näherungsweise durch die folgende Formel beschreibbar:

$$P_{\text{Sonne}} = -22,8 \cdot (h^2 - 24h + 108) \text{ [Watt/m}^2\text{]}.$$

Diese Formel gilt nur für das Zeitintervall, in dem  $P_{\text{Sonne}} > 0$  ist. (Der Definitionsbereich ist also auf das Zeitintervall einzuschränken, in dem Licht auf den Solargenerator fällt.)

- a) Wie lautet die Zeitfunktion für die dem Wechselrichter zugeführte auf  $P_{A,N}$  bezogene Eingangsleistung  $p_e(h)$ ?
- b) Gib für die relative Ausgangsleistung  $x = p_e - p_v$  einen Funktionsterm  $x(h)$  in Abhängigkeit von der Zeit  $h$  an. (Beachte dabei die physikalisch mögliche Lösung.)
- c) Zu welcher Uhrzeit wird die Ausgangsleistung maximal?
- d) Für welches  $x$  wird der Wirkungsgrad  $\eta_{WR}$  maximal, zu welcher Uhrzeit wird er erreicht?
- e) Zeichne den zeitlichen Verlauf der wahren Ausgangsleistung  $x(h) \cdot P_{A,N}$  und bestimme die im Laufe des ganzen Tages produzierte Energiemenge als Fläche unter der Kurve.
- f) Ein privater Haushalt hätte z.B. an diesem Tag 10 kWh Energie benötigt. Wie viel Wechselrichter dieser Art, sowie damit verbundener m<sup>2</sup> Solargeneratorfläche wären dafür mindestens nötig?

**Ausblick:** Unser Vorhaben ist auf eine breite Unterstützung gestoßen. Bedanken möchten wir uns bei dieser Gelegenheit für die vielen Materialien zur Aufbereitung weiterer Aufgaben, die uns von den unterschiedlichsten Kreisen zur Verfügung gestellt wurden. Auch hat sich als Folge unter Federführung der Deutschen Gesellschaft für Sonnenenergie DGS im Fachausschuss für Aus- und Weiterbildung eine Arbeitsgruppe für allgemeinbildende Schulen formiert, mit dem Ziel die Themen „Rationelle Energienutzung“ und „Erneuerbare Energien“ in den Unterricht an allgemeinbildenden Schulen in ganz Deutschland zu integrieren.

### Referenzen:

- [1] Astrid Brinkmann und Klaus Brinkmann. "Möglichkeiten zur Integration des Themas Regenerative Energien in einen fachübergreifenden Mathematikunterricht". *12. Internationales Sonnenforum 2000; Juli 2000, Freiburg; sowie Vorträge bei der Solar Didactica im Rahmen der Soltec in Hameln am 28. Oktober 2000 und Istron-Tagung „Mathematik und Realität“ in Hamburg, Fortbildungstag für LehrerInnen am 03. November 2000.*
- [2] Tietze, Klika, Wolpers. 1997. Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Vieweg.
- [3] Blum, Törner. 1983. Didaktik der Analysis. Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen.



Umwelt-Processtechnik  
Dr. Klaus Brinkmann  
Environmental Process Engineering

Leckingser Str. 149 Tel. +49 (02371) 94 44 77 e-mail: Klaus.Brinkmann@envipro.de  
D - 58640 Iserlohn Fax. +49 (02371) 94 44 78 <http://www.envipro.de>

## Problems for Applied School Mathematics Concerning the Topic of Photovoltaic Solar Energy

StR' i. H. Astrid Brinkmann\*, Dr. Klaus Brinkmann\*\*

\* University of Duisburg  
Department of Mathematics  
astrid.brinkmann@math.uni-duisburg.de

\*\* FernUniversität Hagen  
Chair of Electrical Power Engineering

One of the most effective methods to achieve a sustainable change of our momentary existing power supply system to a system based on renewable energy conversion is the education of our children. Especially the young generation would be more conflicted with the environmental consequences of the extensive usage of fossil fuels. For our children it is indispensable to become familiar with renewable energies, because the decentralised character of this future kind of energy supply requires surely more personal effort of everyone.

In comparison to the parental education, the public schools give the possibility of a successful and especially easier controllable contribution to this theme. This can even be done advantageously for classroom teaching, as realistic and attractive contents have a particular motivating effect on students. In addition to that, a contribution to interdisciplinary teaching would be given, which is a significant educational method, demanded by school curricula.

Regarding the fact, that in Germany not all students participate at technical oriented lessons in a comparable proportion, it seems to be especially suited to treat this topic in mathematics education for this purpose.

Following the concept published by the authors at the '12. Internationalen Sonnenforum 2000' in Freiburg, this contribution presents further examples of mathematical problems suitable for lessons in secondary schools, as shortcuts. The complete problem texts with extensive explanations can be downloaded at the following internet address: <http://www.math-edu.de> under the topic 'Anwendungen'.



*Umwelt-Processtechnik  
Dr. Klaus Brinkmann*

*Environmental Process Engineering*

Leckingser Str. 149 Tel. +49 (02371) 94 44 77 e-mail: Klaus.Brinkmann@envipro.de  
D - 58640 Iserlohn Fax. +49 (02371) 94 44 78 <http://www.envipro.de>